

2013年数IAIIB型(I期)第4問

 4 関数 $y = 4\cos^3 x + 3\sin^2 x - 6\cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について以下の問いに答えなさい。

- (1) $\cos x = t$ とおくと、 $y = 4\cos^3 x + 3\sin^2 x - 6\cos x$ を t の関数として表しなさい。
 (2) t の取り得る範囲を求めなさい。
 (3) $y = 4\cos^3 x + 3\sin^2 x - 6\cos x$ の最大値と最小値を求めなさい。またそのときの x の値も求めなさい。

$$(1) y = 4\cos^3 x + 3(1 - \cos^2 x) - 6\cos x$$

$$= \underline{4t^3 - 3t^2 - 6t + 3} //$$

$$(2) 0 \leq x \leq 2\pi \text{ より } \underline{-1 \leq t \leq 1} //$$

$$(3) y' = 12t^2 - 6t - 6$$

$$= 6(2t^2 - t - 1)$$

$$= 6(t-1)(2t+1)$$

右の増減表より

$$\underline{\text{最大値 } \frac{19}{4} \text{ (} x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \text{ のとき)}} //$$

$$\underline{\text{最小値 } -2 \text{ (} x = 0, 2\pi \text{ のとき)}} //$$

t	-1	...	$-\frac{1}{2}$...	1
y'		+	0	-	0
y	2	↗	$\frac{19}{4}$	↘	-2

$$t = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0, 2\pi$$

$$t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

