

2017年理学部第3問

3 次の問に答えよ。

- (1) さいころを3回投げて、出た目を順に  $a, b, c$  とする。  $a, b, c$  がすべて異なっているという条件の下で、  $a+b+c=9$  である確率を求めよ。
- (2)  $x$  が実数全体を動くとき、関数  $\cos 3x + 4\cos 2x - 8\cos x$  の最大値と最小値を求めよ。

(1)  $a > b > c$  とする。 $a+b+c=9$  を満たす  $a, b, c$  の組は $(a, b, c) = (6, 2, 1), (5, 3, 1), (4, 3, 2)$  の3通り

実際には  $a, b, c$  に大小関係の指定はないので、3つの並びかえ  $3! = 6$  通りを考慮に入れて。

$$\text{確率は } \frac{3 \times 6}{6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{20} \#$$

(2)  $\cos 3x = \cos(x+2x)$ 

$$= \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - \sin x (2\sin x \cos x)$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

 $\cos x = C$  ( $-1 \leq C \leq 1$ ) とおくと。

$$(\text{与式}) = 4C^3 - 3C + 4(2C^2 - 1) - 8C$$

$$= 4C^3 + 8C^2 - 11C - 4$$

$$\parallel$$

$$f(C) \text{ とおく。}$$

$$f'(C) = 12C^2 + 16C - 11$$

$$= (2C-1)(6C+11)$$

よって  $f'(C) = 0$  となるのは、 $C = -\frac{11}{6}, \frac{1}{2}$  のとき

このときグラフは右図のようになる。

 $C$  の範囲は  $-1 \leq C \leq 1$  なので、この範囲内での最大値は $C = -1$  のとき。最小値は  $C = \frac{1}{2}$  のとき。

$$\text{最大値 } f(-1) = \underline{11} \#$$

$$\text{最小値 } f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{-7} \#$$

