

2011年医学部第1問

1 2次曲線 C が媒介変数 θ を用いて,

$$x = 3 + 5 \cos \theta, \quad y = 2 + 3 \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

と表されている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の方程式を x, y を用いて表せ。また、 C を座標平面上に図示せよ。
- (2) 曲線 C 上の点 $P(3 + 5 \cos \theta, 2 + 3 \sin \theta)$ における C の接線 ℓ の方程式は,

$$\frac{\cos \theta}{5}(x - 3) + \frac{\sin \theta}{3}(y - 2) = 1$$

となることを示せ。

- (3) 曲線 C の焦点を F_1, F_2 とする。 $i = 1, 2$ に対し、 F_i を通り、接線 ℓ に垂直な直線 m_i の方程式を求めよ。
- (4) $i = 1, 2$ に対し、直線 m_i と ℓ との交点を Q_i とする。点 $O'(3, 2)$ とするとき、線分 $O'Q_i$ の長さを求めよ。
- (5) P が曲線 C を一周するとき、線分 Q_1Q_2 の長さの最大値、最小値、およびそのときの点 P をそれぞれ求めよ。