

2010年医学部第2問

2  $\alpha > 1$  とする.  $0 < t < \frac{\pi}{\alpha - 1}$  となる  $t$  に対して,  $xy$  平面上の点  $P(\cos t, \sin t)$  と点  $Q(\cos \alpha t, \sin \alpha t)$  を通る直線を  $l_t$  とする. 次の問いに答えよ.

(1) 直線  $l_t$  の方程式を

$$f(t)x + g(t)y = h(t)$$

とする.  $h(t) = -\sin(\alpha - 1)t$  のとき,  $f(t)$ ,  $g(t)$  を求めよ.

(2) 行列  $\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix}$  は逆行列をもつことを示せ.

(3)  $x(t)$ ,  $y(t)$  を

$$\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(t) \\ h'(t) \end{pmatrix}$$

を満たすものとし, 点  $R(x(t), y(t))$  が描く曲線を  $C$  とする. このとき, 点  $R$  は直線  $l_t$  上にあり, 曲線  $C$  の点  $R$  における接線は  $l_t$  と一致することを示せ.