



2015年工学部第3問

3 Oを原点とする xyz 空間内の2点を $A(3, -1, 2)$, $B(0, 5, 8)$ とする. $\vec{AB} = 3\vec{AP}$ を満たす点 P を通り, 直線 AB に垂直な平面 α を考える. このとき, 以下の各問に答えよ.

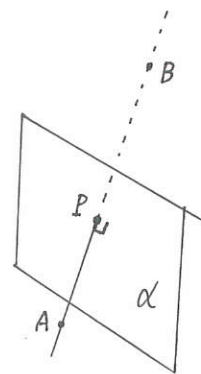
- (1) 点 P の座標を求めよ.
 (2) 平面 α が x 軸, y 軸, z 軸と交わる点をそれぞれ L , M , N とするとき, 四面体 $OLMN$ の体積を求めよ.

(1) $P(x, y, z)$ とすると.

$$\vec{AB} = (-3, 6, 6), \vec{AP} = (x-3, y+1, z-2)$$

$$\vec{AB} = 3\vec{AP} \text{ より, } x-3 = -1 \text{ かつ } y+1 = 2 \text{ かつ } z-2 = 2$$

$$\therefore x = 2, y = 1, z = 4 \quad \therefore \underline{P(2, 1, 4)} //$$



(2) $L(l, 0, 0)$, $M(0, m, 0)$, $N(0, 0, n)$ とおく

このとき四面体 $OLMN$ の体積 V は,

$$V = \frac{1}{2} \cdot |l| \cdot |m| \cdot |n| \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} |lmn| \dots (*) \text{ と表される.}$$

$$\vec{LP} \cdot \vec{AB} = \vec{MP} \cdot \vec{AB} = \vec{NP} \cdot \vec{AB} = 0 \text{ であるから}$$

$$(2-l, 1, 4) \cdot (-3, 6, 6) = -6 + 3l + 6 + 24 = 3(l+8) \quad \therefore l = -8$$

$$(2, 1-m, 4) \cdot (-3, 6, 6) = -6 + 6 - 6m + 24 = -6(m-4) \quad \therefore m = 4$$

$$(2, 1, 4-n) \cdot (-3, 6, 6) = -6 + 6 + 24 - 6n = 6(4-n) \quad \therefore n = 4$$

$\therefore (*)$ より

$$V = \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 4 \cdot 4 = \underline{\underline{\frac{64}{3}}} //$$