北里大学

2014年 獣医学部・海洋生命科学学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 空間内に4点O(0, 0, 0), A(−3, 1, 0), B(1, t, −1), C(−1, 2, 0)がある．ただし，tは定数とする．$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$とするとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ．

(1) $\vec{a}$の大きさ$|\vec{a}|$は $\boxed{サ}$ で，$\vec{a}$と$\vec{c}$のなす角θ ($0° \leqq \theta \leqq 180°$)は$\theta=$ $\boxed{シ}$ である．また，$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角が$135°$となるようなtの値は$t=$ $\boxed{ス}$ または$t=$ $\boxed{セ}$ である．

(2) 三角形ABCの面積をSとするとき，Sをtを用いて表すと$S=$ $\boxed{ソ}$ である．また，条件$S \geqq \dfrac{\sqrt{21}}{2}$を満たす$t$のとり得る値の範囲は $\boxed{タ}$ である．

(1) $|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2+1^2+0^2} = \underline{\sqrt{10}}$ //

$\cos\theta = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{|\vec{a}||\vec{c}|} = \dfrac{3+2+0}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\therefore$ $0° \leqq \theta \leqq 180°$より $\underline{\theta = 45°}$ //

$\cos 135° = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ より， $-\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{-3+t}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{t^2+2}}$ $\therefore$ $4t^2+6t+1=0$

$\therefore$ $\underline{t = \dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{4}}$ //

(2) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2+(t-1)^2+1} = \sqrt{t^2-2t+18}$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2^2+1^2+0^2} = \sqrt{5}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = t+7$

$\therefore$ $S = \dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{5(t^2-2t+18)-(t+7)^2} = \underline{\dfrac{1}{2}\sqrt{4t^2-24t+41}}$ //

$S \geqq \dfrac{\sqrt{21}}{2} \iff \sqrt{4t^2-24t+41} \geqq \sqrt{21}$

$\therefore$ $4t^2-24t+20 \geqq 0$

$4(t^2-6t+5) \geqq 0$

$4(t-5)(t-1) \geqq 0$ $\therefore$ $\underline{t \leqq 1,\ t \geqq 5}$ //