



2013年理系第2問

2 N を 2 以上の自然数とし, $a_n (n = 1, 2, \dots)$ を 次の性質 (i), (ii) をみたす数列とする.

(i) $a_1 = 2^N - 3$

(ii) $n = 1, 2, \dots$ に対して,

$$a_n \text{ が偶数のとき } a_{n+1} = \frac{a_n}{2}, \quad a_n \text{ が奇数のとき } a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{2}.$$

このときどのような自然数 M に対しても

$$\sum_{n=1}^M a_n \leq 2^{N+1} - N - 5$$

が成り立つことを示せ.