

2014年第3問

3 四面体OABCは、 $OA = BC$ ,  $OB = AC$ ,  $OC = AB$ を満たしているとし、 $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$ とおく。三角形ABCと三角形OACの重心をそれぞれG, Hとすると、次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OG}$ ,  $\vec{BH}$ をそれぞれ $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$ を用いて表せ。
- (2) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を $a$ ,  $b$ ,  $c$ を用いて表せ。
- (3)  $OG \perp BH$ であるとき、 $a^2 + c^2 = 3b^2$ が成り立つことを示せ。