2014年 理（数学科） 第1問

$\boxed{1}$ 実数 a，b，c，d に対して，2次正方行列 A，O を次で定める．

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},\quad O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A が $ad-bc=0$ を満たすとき，

$$A=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r & s \end{pmatrix}$$

となるような実数 p，q，r，s が存在することを示せ．

(2) ある2次正方行列 X，Y に対して $XA \neq O$，$AY \neq O$，$XAY=O$ が成立するとき，$ad-bc \neq 0$ となることを示せ．