



2012 年 理系 第 3 問

3  $xyz$  空間に 3 点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(0, \sqrt{3}, 1)$  がある. 平面  $z = 0$  に含まれ, 中心が  $O$ , 半径が 1 の円を  $W$  とする. 点  $P$  が線分  $OA$  上を, 点  $Q$  が円  $W$  の周および内部を動くとき,  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  をみたす点  $R$  全体がつくる立体を  $V_A$  とおく. 同様に点  $P$  が線分  $OB$  上を, 点  $Q$  が円  $W$  の周および内部を動くとき,  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  をみたす点  $R$  全体がつくる立体を  $V_B$  とおく. さらに  $V_A$  と  $V_B$  の重なり合う部分を  $V$  とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 平面  $z = \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) による立体  $V$  の切り口の面積を  $\theta$  を用いて表せ.
- (2) 立体  $V$  の体積を求めよ.