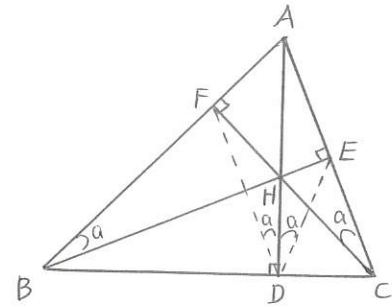


2016年理系第1問

増田

1 鋭角三角形 $\triangle ABC$ において、頂点 A, B, C から各対辺に垂線 AD, BE, CF を下ろす。これらの垂線は垂心 H で交わる。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 四角形 $BCEF$ と $AFHE$ が円に内接することを示せ。
 (2) $\angle ADE = \angle ADF$ であることを示せ。



(1) (証)

[四角形 $BCEF$ について]辺 BC に対して同じ側にある点 E, F が、

$$\angle BEC = \angle BFC$$

の関係にあるので、円周角の定理の逆より
 四角形 $BCEF$ は円に内接する。

[四角形 $AFHE$ について]

$$\angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

四角形の向かい合う角の和が 180° になるので、
 四角形 $AFHE$ は円に内接する。

■

(2) (証) $\triangle ABE$ と $\triangle ACF$ において

$$\angle A \text{ は共通}$$

$$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$$

2組の角が等しいので $\triangle ABE \sim \triangle ACF$

$$\therefore \angle ABE = \angle ACF = \angle \alpha \text{ とおける。}$$

別) 四角形 $BCEF$ が
 円に内接するので、
 円周角の定理より

$$\angle FBE = \angle FCE$$

四角形 $BDHF$, 四角形 $DCEH$ は、それぞれ向かい合う角の和が
 180° になるので、それぞれ円に内接する。

$$\text{円周角の定理より、} \angle FBH = \angle FDH = \angle \alpha$$

$$\angle ECH = \angle EDH = \angle \alpha$$

以上より、 $\angle ADE = \angle ADF = \angle \alpha$ が示された。

■