



2018年理系第4問

4 三角形 ABC の内接円の半径を r , 外接円の半径を R とし, $h = \frac{r}{R}$ とする. また, $\angle A = 2\alpha$, $\angle B = 2\beta$, $\angle C = 2\gamma$ とおく.

- (1) $h = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ となることを示せ.
- (2) 三角形 ABC が直角三角形のとき $h \leq \sqrt{2} - 1$ が成り立つことを示せ. また, 等号が成り立つのはどのような場合か.
- (3) 一般の三角形 ABC に対して $h \leq \frac{1}{2}$ が成り立つことを示せ. また, 等号が成り立つのはどのような場合か.