



2018年理系第4問

4 三角形 ABC の内接円の半径を  $r$ , 外接円の半径を  $R$  とし,  $h = \frac{r}{R}$  とする. また,  $\angle A = 2\alpha$ ,  $\angle B = 2\beta$ ,  $\angle C = 2\gamma$  とおく.

- (1)  $h = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$  となることを示せ.
- (2) 三角形 ABC が直角三角形のとき  $h \leq \sqrt{2} - 1$  が成り立つことを示せ. また, 等号が成り立つのはどのような場合か.
- (3) 一般の三角形 ABC に対して  $h \leq \frac{1}{2}$  が成り立つことを示せ. また, 等号が成り立つのはどのような場合か.