

2010年第6問

6 座標平面上に、点 $(0, 1)$ を中心とする半径 1 の円と点 $P(0, h)$ ($0 < h < 2$) がある。点 P を通る直線 $y = h$ と円との交点で第 1 象限にあるものを Q とする。曲線 $C: y = \alpha x^2$ は点 Q を通るとし、 y 軸と曲線 C および線分 PQ で囲まれた部分を図形 A とする。次の問いに答えよ。

- (1) α を h を用いて表せ。
- (2) 図形 A の面積 S を h の式で表し、 S の最大値を求めよ。
- (3) 図形 A を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を h の式で表し、 V の最大値を求めよ。
- (4) S, V は、それぞれ (2), (3) で求めたものとする。 $X = \frac{V}{2\pi S}$ とおくと、 X の最大値を求めよ。