

2013年工学部第2問

2 関数

$$y = -3\sin^2\theta - \cos^2\theta - \sqrt{3}\sin 2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta + 2\cos\theta + 1 \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

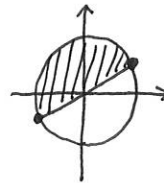
について以下の問いに答えよ。

- (1) $t = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ とおくとき t の動く範囲を求めよ。
- (2) 関数 y を t を用いて表せ。
- (3) 関数 y の最大値とそのときの θ の値を求めよ。

$$(1) t = 2 \left(\sin\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\theta \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$= 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7}{6}\pi \text{ より, } \underline{-1 \leq t \leq 2} //$$



$$(2) t^2 = 3\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta \text{ より,}$$

$$y = -3\sin^2\theta - \cos^2\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 2(\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta) + 1$$

$$= \underline{-t^2 + 2t + 1} //$$

$$(3) y = -(t-1)^2 + 2 \quad (-1 \leq t \leq 2) \text{ より}$$

$$t = 1 \Leftrightarrow \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \theta = 0, \frac{2}{3}\pi$$

$$\underline{y \text{ の最大値は } 2 \text{ (} \theta = 0, \frac{2}{3}\pi \text{ のとき) }} //$$