

2013年第7問

7 2つの実数 a, bは |2a|-2 < b < 2をみたしている. このとき, xの 4次方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$$
(*)

を考える.

- (1) $x \neq 0$ とする. $z = x + \frac{1}{x}$ とおくとき, 方程式(*)をzで表せ.
- (2)(1)で求めた z の方程式の解は、すべて絶対値が 2 以下の実数であることを示せ.
- (3) 複素数 $\alpha=p+qi$ (p, q は実数) に対し, $\sqrt{p^2+q^2}$ を複素数 α の「大きさ」ということにする. ただし i は虚数単位を表す. このとき,4次方程式 (*) の解はすべて虚数で,それらの大きさはすべて1であることを示せ.