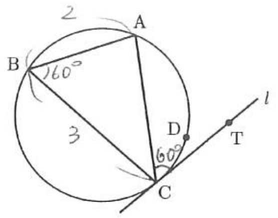
広島工業大学

2012年 工・情報・環境学部 (A) 第7問

増田

$\boxed{7}$ △ABCの外接円の点Cにおける接線を ℓ とする．ℓ 上にCでない点Tを，直線ACに関してBと反対の側にとる．$\angle ACT = 60^\circ$，AB = 2，BC = 3とする．



(1) 辺ACの長さと外接円の半径を求めよ．

(2) 円弧AC上にCD = 1となる点Dをとる．このとき，線分ADの長さを求めよ．

(3) 四角形ABCDの面積を求めよ．

(1) 接弦定理より

$\angle ABC = \angle ACT = 60^\circ$

△ABCにおいて 余弦定理より

$AC^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot \cos 60^\circ$

$= 4 + 9 - 12\cdot\frac{1}{2} = 7$

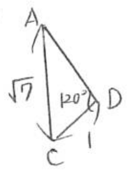
$AC = \underline{\sqrt{7}}$ //

△ABCにおいて正弦定理より、外接円の半径Rは

$\frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R$

$R = \frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \underline{\frac{\sqrt{21}}{3}}$ //

(2)



四角形ABCDは円に内接しているので、対角の和は180°

よって $\angle ADC = 120^\circ$

AD = x とおくと、余弦定理より

$(\sqrt{7})^2 = 1^2 + x^2 - 2\cdot 1\cdot x\cdot\cos 120^\circ$

$7 = 1 + x^2 + x$

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0$

$x > 0$ より

$x = \underline{AD = 2}$ //

(3) (四角形ABCDの面積)

$= (\triangle ABC\text{の面積}) + (\triangle ACD\text{の面積})$

$= \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin 60^\circ + \frac{1}{2}\cdot AD\cdot CD\cdot\sin 120^\circ$

$= \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \underline{2\sqrt{3}}$ //