

2018年第4問

4 平面上に三角形 OAB と点 C がある. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 内積に関する等式 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a}$ が成り立つとする. 次の問いに答えよ.

- (1) $OB \perp CA$, $OC \perp AB$ が成り立つことを示せ. ただし, 点 C は 3 点 O, A, B と異なるものとする.
- (2) 点 D を $\vec{OD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ が成り立つ点とする. このとき, 点 D は三角形 OAB の外心であることを示せ.
- (3) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\cos \angle AOB = \frac{1}{3}$ とする.
- (i) $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ が成り立つような x, y の値を求めよ.
- (ii) t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし, 辺 AB を $t : (1-t)$ に内分する点を E とする. 3 点 O, C, E が一直線上にあるとき, t の値を求めよ.