



2011 年 理系 第 1 問

1 $i = \sqrt{-1}$ とする. 以下の問に答えよ.

(1) 実数 α, β について, 等式

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta) = \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)$$

が成り立つことを示せ.

(2) 自然数 n に対して,

$$z = \sum_{k=1}^n \left(\cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n} \right)$$

とおくとき, 等式

$$z \left(\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n} \right) = z$$

が成り立つことを示せ.

(3) 2 以上の自然数 n について, 等式

$$\sum_{k=1}^n \cos \frac{2\pi k}{n} = \sum_{k=1}^n \sin \frac{2\pi k}{n} = 0$$

が成り立つことを示せ.