2011 年 第 2 問

$\boxed{2}$ $\triangle$ABC の頂点を通らない直線 ℓ が，辺 AC，辺 BC の B 方向への延長線，および辺 AB と，それぞれ点 P，Q，R で交わり，

$$\mathrm{AP} : \mathrm{PC} = \alpha : 1, \quad \mathrm{CQ} : \mathrm{QB} = \beta : 1$$

であるとする．$\overrightarrow{\mathrm{CA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \vec{b}$ として，次の各問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{CR}}$ を α，β，$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表し，等式 $\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PC}} \cdot \dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QB}} \cdot \dfrac{\mathrm{BR}}{\mathrm{RA}} = 1$ を証明せよ．

(2) $\triangle$QRB，$\triangle$BCR，$\triangle$APR の面積比が $1 : 2 : 3$ のとき，$\triangle$APR と $\triangle$CPR の面積比を求めよ．

(3) (2) のとき，直線 CR と直線 AQ の交点を D とする．線分の長さの比 AD : QD を求めよ．