0002205904977999

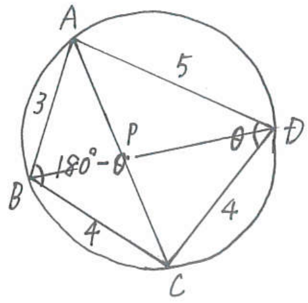
東北学院大学

2016年 文系 第1問

1 円に内接する四角形ABCDにおいて

$AB = 3,\quad BC = CD = 4,\quad DA = 5$

とするとき，次の問いに答えよ．



(1) $\angle CDA = \theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ．

(2) 対角線ACの長さを求めよ．

(3) 四角形ABCDの面積 S を求めよ．

(4) 対角線ACとBDの交点をPとするとき，面積比 $\triangle ABP : \triangle APD$ を求めよ．

(1) 余弦定理より

$AC^2 = 5^2 + 4^2 - 2\cdot 5\cdot 4\cos\theta \quad \therefore AC^2 = 41 - 40\cos\theta \cdots ①$

$AC^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot 3\cdot 4\cdot\cos(180°-\theta) \quad \therefore AC^2 = 25 + 24\cos\theta \cdots ②$

①−②より．$16 - 64\cos\theta = 0 \quad \therefore \underline{\cos\theta = \frac{1}{4}}$ //

(2) ①に $\cos\theta = \frac{1}{4}$ を代入して．$AC^2 = 31 \quad \therefore \underline{AC = \sqrt{31}}$ //

(3) $\cos\theta = \frac{1}{4}$ より．$\sin\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\therefore S = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}$

$= \underline{4\sqrt{15}}$ //

(4) $\triangle ABP \backsim \triangle DCP$ で相似比は $3:4 \quad \therefore AP : DP = 3 : 4$

$\triangle APD \backsim \triangle BPC$ で 〃 $5:4 \quad \therefore AP : BP = 5 : 4$

$\therefore BP : PD = 3 : 5$

$\therefore \triangle ABP : \triangle APD = \underline{3 : 5}$ //