

2014年工・ライフデザイン 第4問



4 3次関数 $f(x) = x^3 - ax^2 - 3bx - 10$ がある。

- (1) 関数 $f(x)$ が $x = -2, 4$ で極値をとるならば, $a = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{マ} & \text{ミ} \\ \hline \end{array}$, $b = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ム} & \text{メ} \\ \hline \end{array}$ である。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが点 $(3, -1)$ を通り, この点における接線の傾きが3であるならば, $a = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{モ} & \text{ヤ} \\ \hline \end{array}$, $b = -\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ユ} & \text{ヨ} \\ \hline \end{array}$ である。
- (3) $a + b = 0$ のとき, 関数 $f(x)$ が常に増加するならば, $0 \leq a \leq \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ラ} & \text{リ} \\ \hline \end{array}$ である。

$$(1) f'(x) = 3x^2 - 2ax - 3b$$

$$\therefore f'(-2) = 12 + 4a - 3b = 0 \quad \therefore 4a - 3b = -12 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f'(4) = 48 - 8a - 3b = 0 \quad \therefore 8a + 3b = 48 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } \underline{a = 3, b = 8}$$

$$(2) (3, -1) \text{ を通り } \therefore -1 = 27 - 9a - 9b - 10 \quad \therefore a + b = 2 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$f'(3) = 27 - 6a - 3b = 3 \quad \therefore 2a + b = 8 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より } \underline{a = 6, b = -4}$$

(3) $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 3b$ が常に0以上であることから

$$\text{判別式 } D/4 = a^2 - 3 \cdot (-3b) \leq 0$$

$$\therefore a^2 + 9 \cdot (-a) \leq 0$$

$$\therefore a(a - 9) \leq 0$$

$$\therefore \underline{0 \leq a \leq 9}$$