

2016年B方式(前期)第1問

 数理
石井K

 1 次の数値の整数部分と小数部分をそれぞれ x , y とする.

$$\frac{1}{5 - \sqrt{23}}$$

このとき次の等式が成り立つ.

$$x = \overset{4}{\boxed{\text{ア}}},$$

$$y = \frac{\overset{2}{\boxed{\text{イ}}}\overset{3}{\boxed{\text{ウ}}} - \overset{3}{\boxed{\text{エ}}}}{\overset{2}{\boxed{\text{オ}}}},$$

$$4x^2 + 3xy + 4y^2 = \overset{7}{\boxed{\text{カ}}}\overset{8}{\boxed{\text{キ}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5 - \sqrt{23}} &= \frac{5 + \sqrt{23}}{(5 - \sqrt{23})(5 + \sqrt{23})} \\ &= \frac{5 + \sqrt{23}}{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25} \quad \text{より,} \quad 4 < \sqrt{23} < 5$$

$$\text{よって,} \quad \frac{5+4}{2} < \frac{5+\sqrt{23}}{2} < \frac{5+5}{2}$$

$$\therefore 4.5 < \frac{1}{5 - \sqrt{23}} < 5$$

 \therefore 整数部分 $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{小数部分 } y &= \frac{5 + \sqrt{23}}{2} - 4 \\ &= \frac{\sqrt{23} - 3}{2} \end{aligned}$$

$$x + y = \frac{5 + \sqrt{23}}{2} \quad \text{より,}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 3xy + 4y^2 &= 4(x+y)^2 - 5xy \\ &= 4 \cdot \left(\frac{5 + \sqrt{23}}{2}\right)^2 - 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{23} - 3}{2} \\ &= 48 + 10\sqrt{23} - 10\sqrt{23} + 30 \\ &= \underline{78} \end{aligned}$$