



2016年 教育人間科学・生命環境（生命工以外）第1問

1 次の問いに答えよ。

- (1) 3 または 7 で割り切れる 100 以下の自然数の和を求めよ。  
 (2) 座標平面上で、不等式  $(2x^2 - y)(x^2 + y^2 - 3) \leq 0$  が表す領域を図示せよ。  
 (3)  $\begin{cases} 2\sin\alpha + 2\cos\beta = 1 \\ 2\cos\alpha - 2\sin\beta = \sqrt{3} \end{cases}$  とする。このとき、 $\alpha$  と  $\beta$  を求めよ。ただし、 $0 \leq \alpha < 2\pi$  かつ  $0 \leq \beta < 2\pi$  とする。  
 (4)  $1 \leq x \leq 25$ ,  $26x + 7y = 2$  を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

(1) 3 で割り切れるものの和  $S_3$  は、 $S_3 = 3 + 6 + 9 + \dots + 99 = \frac{1}{2} \cdot 33(3 + 99) = 1683$

7 で割り切れるものの和  $S_7$  は、 $S_7 = 7 + 14 + 21 + \dots + 98 = \frac{1}{2} \cdot 14(7 + 98) = 735$

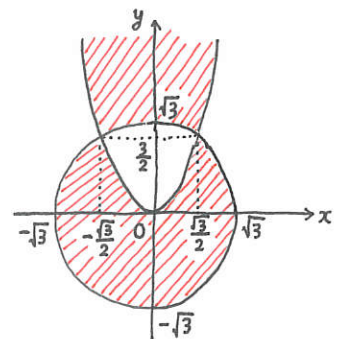
21 で割り切れるものの和  $S_{21}$  は、 $S_{21} = 21 + 42 + 63 + 84 = 210$

よって、 $1683 + 735 - 210 = \underline{2208}$  ..

(2) 不等式  $\Leftrightarrow (y \leq 2x^2 \text{ かつ } x^2 + y^2 \leq 3)$  または  $(y \geq 2x^2 \text{ かつ } x^2 + y^2 \geq 3)$

$y = 2x^2$  と  $x^2 + y^2 = 3$  の交点は  $(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$  より

不等式の表す領域は右図の斜線部分(ただし境界線も含む)



(3) 第1式より、 $\cos\beta = \frac{1}{2} - \sin\alpha$ 、第2式より、 $\sin\beta = \cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}$

これらを  $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$  に代入して整理すると、

$$\sin\alpha + \sqrt{3}\cos\alpha = 1$$

$$\text{合成して、} 2\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = 1 \quad \therefore \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq \alpha < 2\pi \text{ より } \frac{\pi}{3} \leq \alpha + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi \quad \therefore \alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{11}{6}\pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、} \cos\beta = -\frac{1}{2}, \sin\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \beta = \frac{4}{3}\pi$$

$$\alpha = \frac{11}{6}\pi \text{ のとき、} \cos\beta = 1, \sin\beta = 0 \quad \therefore \beta = 0 \quad \text{以上より } \underline{(\alpha, \beta) = (\frac{\pi}{2}, \frac{4}{3}\pi), (\frac{11}{6}\pi, 0)} \text{ ..}$$

(4)  $26x + 7y = 2 \dots \textcircled{1}$

$26 \cdot (-1) + 7 \cdot 4 = 2 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$  より、 $26(x+1) + 7(y-4) = 0 \quad \therefore 26(x+1) = 7(4-y)$

右辺は 7 の倍数で 26 と 7 は互いに素より、 $x+1 = 7k$  ( $k$  は整数)

このとき、 $26 \cdot 7k = 7(4-y) \quad \therefore y = 4 - 26k, x = 7k - 1$

$1 \leq x \leq 25$  より、 $k = 1, 2, 3 \quad \therefore (x, y) = (6, -22), (13, -48), (20, -74)$  ..