

2018年第4問

4 平面上に三角形 OAB と点 C がある.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおくとき, 内積に関する等式  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a}$  が成り立つとする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $OB \perp CA$ ,  $OC \perp AB$  が成り立つことを示せ. ただし, 点 C は 3 点 O, A, B と異なるものとする.
- (2) 点 D を  $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$  が成り立つ点とする. このとき, 点 D は三角形 OAB の外心であることを示せ.
- (3)  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\cos \angle AOB = \frac{1}{3}$  とする.
- (i)  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$  が成り立つような  $x, y$  の値を求めよ.
- (ii)  $t$  を  $0 < t < 1$  を満たす実数とし, 辺 AB を  $t : (1-t)$  に内分する点を E とする. 3 点 O, C, E が一直線上にあるとき,  $t$  の値を求めよ.