慶應義塾大学

2012年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい．

xy 平面上で点Pは x 軸上に，点Qは y 軸上に置かれ，点Pの x 座標と点Qの y 座標はそれぞれ -2 以上 2 以下の整数であるとする．点P，Qに対して次の操作を考える．

操作

点Pの座標が $(i,\ 0)$，点Qの座標が $(0,\ j)$ であるとき次の規則に従って2点P，Qを互いに独立に同時に処理する．

(P1) $-1 \leqq i \leqq 1$ ならば点Pを $(i+1,\ 0)$ または $(i-1,\ 0)$ のどちらかに確率 $\dfrac{1}{2}$ ずつで移す．
(P2) $i=-2$ ならば点Pを必ず $(-1,\ 0)$ に移す．
(P3) $i=2$ ならば点Pをそのままにしておく．
(Q1) $-1 \leqq j \leqq 1$ ならば点Qを $(0,\ j+1)$ または $(0,\ j-1)$ のどちらかに確率 $\dfrac{1}{2}$ ずつで移す．
(Q2) $j=-2$ ならば点Qを必ず $(0,\ -1)$ に移す．
(Q3) $j=2$ ならば点Qをそのままにしておく．

さて，2点P，Qがともに $(0,\ 0)$ に置かれている状態から始め，上の操作を3回繰り返し行う．

(1) 3回の操作の後，点Pが $(1,\ 0)$ に置かれている確率は $\boxed{\text{あ}}$ であり，$(-1,\ 0)$ に置かれている確率は $\boxed{\text{い}}$ である．

(2) xy 平面上で不等式 $y>x$ の表す領域を A，不等式 $y>-x$ の表す領域を B とする．各回の操作後に点Pが常に $A\cup B$ 内に置かれているという事象を U とし，各回の操作後に点Qが常に $A\cup B$ 内に置かれているという事象を V とすると，事象 $U\cup V$ の確率は $\boxed{\text{う}}$ である．

xy 平面上で2点P，Qを結ぶ線分の長さをPQとする．ただし2点P，Qがともに $(0,\ 0)$ に置かれている場合は $\mathrm{PQ}=0$ とする．

(3) 3回の操作を通じてちょうど1回だけ $\mathrm{PQ}=\sqrt{2}$ となる確率は $\boxed{\text{え}}$ である．

(4) 3回の操作を通じたPQの最大値の期待値は $\boxed{\text{お}}$ である．