

2018年文系第4問

4 $0 < k < 1$ とする. 平面上の凸四角形 ABCD に対して, 点 P, Q, R, S を関係式

$$\vec{AP} = k\vec{AB}, \quad \vec{BQ} = k\vec{BC}, \quad \vec{CR} = k\vec{CD}, \quad \vec{DS} = k\vec{DA}$$

によって定めるとき, 次の問いに答えよ.

(1) 原点を O とする. 等式

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR} + \vec{OS}$$

が成り立つことを示せ.

(2) 比の値

$$\frac{(\text{六角形 PBQRDS の面積})}{(\text{四角形 ABCD の面積})}$$

を k を用いて表せ.

(3) 比の値

$$\frac{(\text{四角形 PQRS の面積})}{(\text{四角形 ABCD の面積})}$$

を k を用いて表せ.

(4) $0 < k < 1$ の範囲で k を動かすとき, (3) の比の値の最小値とそのときの k を求めよ.