

2013年薬学部第2問

2 2直線  $x \cos \theta + y \sin \theta = 6$ ,  $x \sin \theta - y \cos \theta = 8$  の交点を  $P(\theta)$  とおく. このとき, 次の問に答えなさい.

- (1)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  のとき点  $P\left(\frac{\pi}{4}\right)$  を  $A$  とおくと  $A$  の座標は  $(\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}})$  である.
- (2) 点  $P(\theta)$  の座標  $(x, y)$  を  $\theta$  で表すと  $x = \boxed{\text{オ}} \cos \theta + \boxed{\text{カ}} \sin \theta$ ,  $y = \boxed{\text{キ}} \sin \theta - \boxed{\text{ク}} \cos \theta$  である.
- (3)  $\theta$  が  $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$  を動くとき, 点  $P(\theta)$  の軌跡は中心  $(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}})$ , 半径  $\boxed{\text{サシ}}$  の円の一部 (円弧) を動き, その円弧の長さは  $\boxed{\text{ス}} \pi$  である.
- (4) 点  $P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  を  $B$ , 点  $P(\theta)$  を  $P$  とおく. このときベクトル  $\vec{PA}$  とベクトル  $\vec{PB}$  の内積は

$$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = \boxed{\text{セソタ}} (\boxed{\text{チ}} - \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \sin \theta)$$

である. また,  $\theta$  が  $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$  を動くとき, この内積が最小となる点  $P$  の座標は  $(\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}})$  である.