

2010年第2問

2 1個のいびつなさいころがある。1, 2, 3, 4の目が出る確率はそれぞれ  $\frac{p}{2}$  であり, 5, 6の目が出る確率はそれぞれ  $\frac{1-2p}{2}$  である。ただし,  $0 < p < \frac{1}{2}$  とする。このさいころを投げて,  $xy$  平面上の点  $Q$  を次のように動かす。

- (i) 1 または 2 の目が出たときには,  $Q$  を  $x$  軸の正の方向に 1 だけ動かす。
- (ii) 3 または 4 の目が出たときには,  $Q$  を  $y$  軸の正の方向に 1 だけ動かす。
- (iii) 5 または 6 の目が出たときには,  $Q$  を動かさない。

$Q$  は最初原点  $(0, 0)$  にある。このさいころを  $(n+1)$  回投げ,  $Q$  が通った点 (原点および  $Q$  の最終位置の点を含む) の集合を  $S$  とする。ただし,  $n$  は自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) さいころを  $(n+1)$  回投げたとき,  $S$  が点  $(1, n-1)$  を含む確率を求めよ。
- (2) さいころを  $(n+1)$  回投げたとき,  $S$  が領域  $x+y < n$  に含まれる確率を求めよ。
- (3) さいころを  $(n+1)$  回投げたとき,  $S$  が点  $(k, n-k)$  を含むならば得点  $2^k$  点 ( $k=0, 1, \dots, n$ ) が与えられ,  $S$  が領域  $x+y < n$  に含まれるならば得点 0 点が与えられるとする。得点の期待値を求めよ。