



2014年農学部第3問

3 3次関数  $f(x) = -x^3 + ax^2$  に対し、曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = 2x - 2$  が接しているとする。

- (1)  $a$  の値を求めよ。  
 (2)  $f(x)$  の増減表をかき極値を求め、 $y = f(x)$  のグラフをかけ。  
 (3) 曲線  $y = f(x)$  の  $x \geq 0$  の部分と、 $x$  軸および直線  $x = 1$  によって囲まれる図形の面積を求めよ。

(1)  $f'(x) = -3x^2 + 2ax$  より、点  $(t, -t^3 + at^2)$  での接線は、

$$y = (-3t^2 + 2at)(x - t) - t^3 + at^2$$

$$\therefore y = (-3t^2 + 2at)x + 2t^3 - at^2$$

これが  $y = 2x - 2$  となるとき、

$$\begin{cases} -3t^2 + 2at = 2 & \cdots \textcircled{1} \\ 2t^3 - at^2 = -2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times t + \textcircled{2} \times 2 \text{ より、} t^3 = 2t - 4 \quad \therefore (t+2)(t^2 - 2t + 2) = 0 \quad \therefore t = -2$$

$$= 0 \text{ のとき、} \textcircled{1} \text{ より、} \underline{a = -\frac{7}{2}} //$$

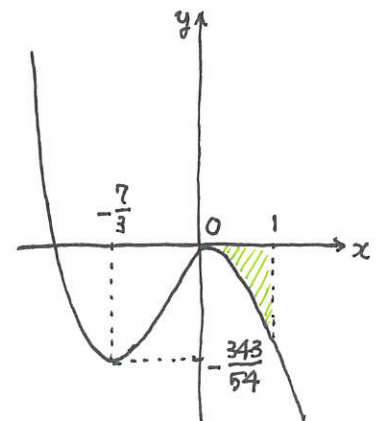
(2) (1) より、 $f'(x) = -3x^2 - 7x$   
 $= -3x(x + \frac{7}{3})$

$\therefore$  増減表は右のようになり、

$$\underline{\text{極小値 } -\frac{343}{54} \text{ (} x = -\frac{7}{3} \text{ のとき), 極大値 } 0 \text{ (} x = 0 \text{ のとき)}} //$$

グラフは右のようになる

$x$	$\cdots$	$-\frac{7}{3}$	$\cdots$	$0$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{343}{54}$	$\nearrow$	$0$	$\searrow$



(3)

$$S = \int_0^1 x^3 + \frac{7}{2}x^2 dx$$

$$= \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{7}{6}x^3 \right]_0^1$$

$$= \underline{\underline{\frac{17}{12}}} //$$