0001508361948999

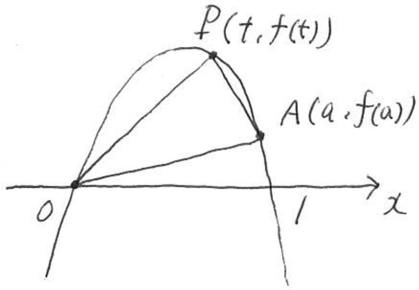
自治医科大学

2011年第24問

数理 石井K

$\boxed{24}$ 放物線 $C : f(x) = -x^2 + x$ について考える．C 上の2点を $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(a,\ f(a))$ ($a > 0$，a は実数) とする．C 上の点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$ が曲線OA上を動くとき，三角形OPAの面積の最大値は，$\dfrac{a^3}{M}$ となる．M の値を求めよ．(ただし，$0 < t < a$，t は実数)

$P(t,\ -t^2+t)$, $A(a,\ -a^2+a)$



$$\therefore \triangle OPA = \frac{1}{2}\left| -a^2t + at - (-at^2 + at) \right|$$

$$= \frac{1}{2}\left| at^2 - a^2t \right|$$

$$= \frac{at}{2} \cdot (a-t)$$

これを $f(t)$ とおくと，$f(t) = -\frac{1}{2}at^2 + \frac{1}{2}a^2t$

$$= -\frac{1}{2}a\left\{t^2 - at\right\}$$

$$= -\frac{1}{2}a\left(t - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^3}{8}$$

$\therefore \underline{M = 8}$ //