



2017年理学部第2問

2 座標平面上の点 $O(0, 0)$, $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(b_2, -b_1)$ を考える. さらに, $0 \leq \theta_1 \leq \pi$, $0 \leq \theta_2 \leq \pi$ に対し,

$$D(a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1, a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1)$$

$$E(b_1 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2, b_1 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2)$$

とおく.

(1) $|\vec{OA}| = |\vec{OD}|$ を示せ.

(2) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 0$ かつ $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2\vec{OD} \cdot \vec{OE} \neq 0$ であるとする. $\theta_1 = \frac{\pi}{7}$ であるとき, θ_2 を求めよ.

(3) $\triangle OAB$ の外接円の半径を r_1 とし, $\triangle ODE$ の外接円の半径を r_2 とする. また, $\triangle OAB$ の面積を S とする. $AB : DE = 2 : 3$ であるとき, $\triangle ODE$ の面積を, S, r_1, r_2 で表せ.

3点 O, A, B は同一直線上にないものとし, 3点 O, D, E も同一直線上にないものとする.