0002097542097999

東北工業大学

2015年 工・ライフデザイン 第2問

数理 石井K

2 点Oを中心とする半径2の円と，点Pを中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円がある．2つの円が2点A，Bで交わっており，$\mathrm{OP}=\sqrt{3}+1$ であるとする．また，四角形AOBPの面積を S とする．

(1) $\cos\angle\mathrm{OAP}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\boxed{サ}\boxed{シ}}$ である． 4

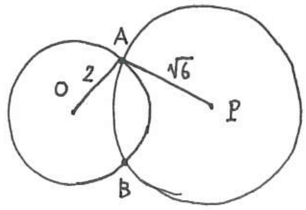
(2) $\sin\angle\mathrm{AOP}=\dfrac{\sqrt{\boxed{ス}\boxed{セ}}}{2}$ であり，$\mathrm{AB}=\boxed{ソ}\boxed{タ}\sqrt{3}$ である． 3 2

(3) 四角形AOBPの面積は $S=\boxed{チ}\boxed{ツ}+\sqrt{3}$ である． 3

(4) 2つの円が重なり合った部分の面積は $\dfrac{\boxed{テ}\boxed{ト}}{6}\pi-S$ である．ただし，π は円周率を表す． 17

(1) 余弦定理より．

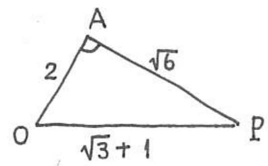
$$\cos\angle\mathrm{OAP}=\frac{2^2+(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3}+1)^2}{2\cdot 2\cdot\sqrt{6}}=\underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}\,//$$



(2) 余弦定理より．

$$\cos\angle\mathrm{AOP}=\frac{2^2+(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{6})^2}{2\cdot 2(\sqrt{3}+1)}=\frac{1}{2}$$

$\therefore \angle\mathrm{AOP}=60^\circ \quad \therefore \sin\angle\mathrm{AOP}=\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}\,//$

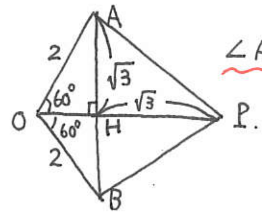


$\therefore\ \underline{\mathrm{AB}=2\sqrt{3}}\,//$

(3) ABとOPの交点をHとすると，

$\mathrm{AH}=\mathrm{BH}=\sqrt{3}$ より，

$$S=\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{3}\cdot 2=\underline{3+\sqrt{3}}\,//$$



∠APB = 90°

(4)で使う．

(4) 求める面積をTとおくと．

$$T=(扇形\mathrm{OAB})-\triangle\mathrm{OAB}+(扇形\mathrm{PAB})-\triangle\mathrm{PAB}$$

$$=(扇形\mathrm{OAB})+(扇形\mathrm{PAB})-S$$

$$=\pi\cdot 2^2\cdot\frac{1}{3}+\pi\cdot(\sqrt{6})^2\cdot\frac{1}{4}-S$$

$$=\underline{\frac{17}{6}\pi-S}\,//$$