



2013年理系第4問

4 行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問いに答えよ.

- (1) 実数 x, y, u, v が, $xA + yE = uA + vE$ を満たすならば, $x = u, y = v$ であることを示せ.
- (2) $A = a_1A + b_1E, A^2 = a_2A + b_2E$ となる実数 a_1, b_1, a_2, b_2 を求めよ.
- (3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $A^n = a_nA + b_nE$ となる実数 a_n, b_n を n を用いて表せ.
- (4) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 実数 c_n, d_n が

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^n = c_nA + d_nE$$

を満たしているとき, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{d_n}$ を求めよ.