



2011年第4問

4 空間内の四面体  $OABC$  について、 $\angle OAC = \angle OAB = 90^\circ$ 、 $\angle BOC = \alpha$ 、 $\angle COA = \beta$ 、 $\angle AOB = \gamma$ 、 $OA = 1$  とする。ただし、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  はすべて鋭角で、 $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ 、 $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$  である。三角形  $ABC$  の外接円を  $S$  とし、その中心を  $P$  とする。以下の問に答えよ。

- (1) 辺  $BC$  の長さを求めよ。
- (2)  $\theta = \angle BAC$  とするとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (3) 線分  $OP$  の長さを求めよ。
- (4) 円  $S$  の周上に点  $D$  をとり、線分  $AD$  と線分  $DB$  の長さをそれぞれ  $AD = x$ 、 $DB = y$  とする。 $x + y$  の最大値とそれを与える  $x$ 、 $y$  を求めよ。