



2011年理系第6問

6 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  が次の条件を満たしているものとする.

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

このとき、次の問いに答えよ.

- (1)  $A$  および  $A^2$  を求めよ.
- (2)  $O$  を座標平面上の原点とし、 $O$  と異なる点  $P(x_1, y_1)$  があり、他の2点  $Q(x_2, y_2)$ ,  $R(x_3, y_3)$  に対して次の関係があるとする.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = A^3 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

このとき、三角形  $OQR$  が正三角形であることを証明せよ.

- (3) 点  $P$ ,  $Q$  は (2) と同じものとする.  $\angle OPQ$  の大きさを求めよ.