

2011年第2問

$$\boxed{2} f(x) = e^{-x} \cos x \, \xi \, \sharp \, \delta.$$

- (1) $e^{-x} \sin x e^{-x} \cos x$ を微分せよ.
- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ を求めよ.
- (3) 自然数nに対して,

$$S_n = \frac{1}{n} \left\{ f\left(\frac{\pi}{2n}\right) + f\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + f\left(\frac{3\pi}{2n}\right) + \dots + f\left(\frac{n\pi}{2n}\right) \right\}$$

とおく. 次の式が成り立つことを示せ.

$$S_n < \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx < S_n + \frac{1}{n}$$

(4) $\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ.