



数理  
石井K

2013年工・薬学部 第6問

6 関数  $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$  ( $0 \leq x \leq \pi$ )について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

$$(1) f'(x) = \cos x(1 + \cos x) + \sin x \cdot (-\sin x)$$

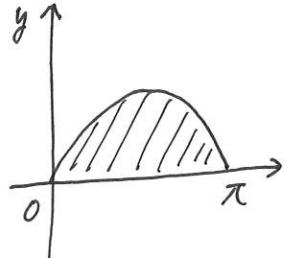
$$= \cos^2 x + \cos x - \sin^2 x$$

$$= (2\cos x - 1)(\cos x + 1)$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = \frac{\pi}{3}, \pi$$

|         |   |     |                       |     |       |
|---------|---|-----|-----------------------|-----|-------|
| $x$     | 0 | ... | $\frac{\pi}{3}$       | ... | $\pi$ |
| $f'(x)$ |   | +   | 0                     | -   | 0     |
| $f(x)$  | 0 | ↗   | $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | ↘   | 0     |

増減表より、最大値は  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  ( $x = \frac{\pi}{3}$  のとき)



$$(2) S = \int_0^\pi \sin x(1 + \cos x) dx$$

$$= \int_0^\pi \sin x + \underbrace{\sin x \cos x}_{= \frac{1}{2} \cdot \sin 2x} dx$$

$$= \left[ -\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x \right]_0^\pi$$

$$= 1 - \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}$$

$$= 2$$