

2012年 基幹理工・創造理工・先進理工 第3問

3 表が出る確率が  $a$  ( $0 < a < \frac{1}{2}$ ), 裏が出る確率が  $1 - a$  のコインを 1 枚投げる試行を  $n$  回行う。ただし  $n \geq 2$  とする。この  $n$  回の試行の結果, 表が 2 回以上出る事象を  $A_n$  で表す。また 1 回目から  $n$  回目の試行が終わるまでに, [裏→表] の順で出ない事象を  $B_n$  で表す。つぎの問に答えよ。

- (1) 確率  $P(A_n)$ ,  $P(B_n)$  を求めよ。
- (2) 確率  $P(A_n \cap B_n)$  を求めよ。
- (3) 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(A_n)P(B_n)}{P(A_n \cap B_n)}$$

を求めよ。ただし,  $0 < r < 1$  をみたす  $r$  に対して,  $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$  となることを証明なしに用いてよい。