京都薬科大学

2014年 薬学部 第4問　　1枚目／2枚

数理 石井K

4 実数 x に対して，x を超えない最大整数を $[x]$ で表すとする．例えば，$[2]=2$，$\left[\frac{10}{3}\right]=3$ である．次の $\boxed{}$ のうち，$\boxed{オ}$ と $\boxed{カ}$ には式を，その他には整数を記入せよ．

(1) $[-5.2]=\boxed{ア}$ となる．　-6

(2) $\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right]=\boxed{イ}$，$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right]=\boxed{ウ}$，　（イ: 1，ウ: 2）

$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}\right]=\boxed{エ}$ となる．　2

(3) 不等式

$$\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}<\frac{1}{2\sqrt{k}}<\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}}$$

の各辺を $k=2$ から $k=n$ まで，それぞれ加え合わせると，

$$\boxed{オ}<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{カ}$$

オ: $2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}$　カ: $2\sqrt{n}-2$

が得られる．ここで，n は2以上の整数とする．これにより，

$$\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}-1<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}$$

キ: 2　ク: 1　キ: 2　ク: 1

となる．よって，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{ケ}$$

198

である．

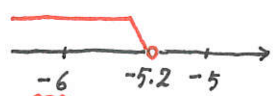
(4) 同様にして，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{100}}+\frac{1}{\sqrt{101}}+\frac{1}{\sqrt{102}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{コ}$$

180

となる．

(1) $[-5.2]=\underline{-6}$ //



(2) $\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right]=\left[\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$

$=\underline{1}$ //

$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right]=\left[\frac{6+3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}\right]$

$=\underline{2}$ //

$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}\right]=\left[\frac{9+3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}\right]$

$=\underline{2}$ //

(3) $\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}<\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}}$

|| 有理化．　　　　|| 有理化

$\sum_{k=2}^{n}\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)$　　$\sum_{k=2}^{n}\left(\sqrt{k}-\sqrt{k-1}\right)$

||　　　　||

$\sqrt{n+1}-\sqrt{2}$　　$\sqrt{n}-1$

$\therefore\ \underline{2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<2\sqrt{n}-2}$ //

$2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}+1<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<2\sqrt{n}-1$

$\because\ \sqrt{n}<\sqrt{n+1}$，$2<2\sqrt{2}<3$ より

$\underline{2\sqrt{n}-1-1<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<2\sqrt{n}-1}$ //

$\therefore$

2枚目につづく

2014年 薬学部 第4問　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{4}$ 実数 x に対して，x を超えない最大整数を $[x]$ で表すとする．例えば，$[2]=2$，$\left[\dfrac{10}{3}\right]=3$ である．次の $\boxed{}$ のうち，$\boxed{オ}$ と $\boxed{カ}$ には式を，その他には整数を記入せよ．

(1) $[-5.2]=\boxed{ア}$ となる．

(2) $\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right]=\boxed{イ}$，$\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right]=\boxed{ウ}$，

$\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}}\right]=\boxed{エ}$ となる．

(3) 不等式

$$\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}<\frac{1}{2\sqrt{k}}<\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}}$$

の各辺を $k=2$ から $k=n$ まで，それぞれ加え合わせると，

$$\boxed{オ}<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{カ}$$

が得られる．ここで，n は2以上の整数とする．これにより，

$$\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}-1<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}$$

となる．よって，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{ケ}$$

である．

(4) 同様にして，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{100}}+\frac{1}{\sqrt{101}}+\frac{1}{\sqrt{102}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{コ}$$

となる．

(3) のつづき．

求めた式に $n=10000$ を代入して．

$$200-1-1<\sum_{k=1}^{10000}\frac{1}{\sqrt{k}}<200-1$$

$$\therefore \left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\underline{198}\ /\!/$$

(4) (3)の問いで与えられた不等式を $k=100$ から $k=10000$ までたすと．

$$2(\sqrt{10001}-\sqrt{100})<\sum_{k=100}^{10000}\frac{1}{\sqrt{k}}<2(\sqrt{10000}-\sqrt{99})$$

$$2(\sqrt{10001}-\sqrt{100}) > 2(100-10) = 180$$

$$2(\sqrt{10000}-\sqrt{99}) < 2(100-9.5) = 181$$

$$\therefore \left[\frac{1}{\sqrt{100}}+\frac{1}{\sqrt{101}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\underline{180}\ /\!/$$