0000206903979999

徳島大学

2011年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x$ とする．

(1) 方程式 $f(x) = 0$ を満たす x をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の極大値を求めよ．

(3) 積分 $\int_{-1}^{1} |f(x)|\,dx$ を求めよ．

(1) $f(0)=0$, $f(2)=0$ から因数定理より，

$f(x)$ は $x(x-2)$ で割り切れることが分かる．

右の割り算の結果より，

$$\begin{array}{r|l} & x^2-2x-6 \\ \hline x^2-2x & x^4-4x^3-2x^2+12x \\ & x^4-2x^3 \\ \hline & -2x^3-2x^2 \\ & -2x^3+4x^2 \\ \hline & -6x^2+12x \\ & -6x^2+12x \\ \hline & 0 \end{array}$$

$f(x)=0 \iff x(x-2)(x^2-2x-6)=0$

$\therefore$ $\underline{x = 0,\ 2,\ 1\pm\sqrt{7}}$ //

(2) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 12$

$= 4x^2(x-3) - 4(x-3)$

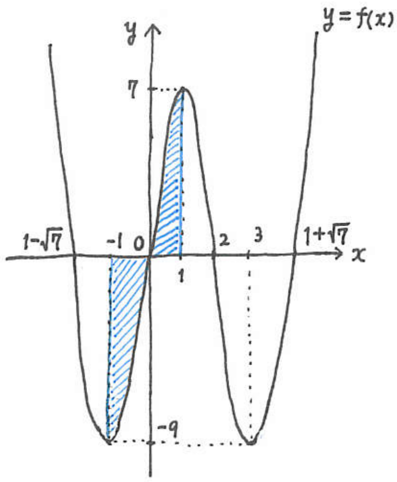
$= 4(x+1)(x-1)(x-3)$

$\therefore$ 増減表は右のようになる．

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	7	$\searrow$	-9	$\nearrow$
		極小		極大		極小	

よって，$\underline{極大値は\ 7\ (x=1\ のとき)}$ //

(3) (2)の増減表より，グラフは右のようになる．



よって，$-1 \leqq x \leqq 0$ において，$f(x) \leqq 0$

$0 \leqq x \leqq 1$ において，$f(x) \geqq 0$ であるから

$$\int_{-1}^{1} |f(x)|\,dx = \int_{-1}^{0} -f(x)\,dx + \int_{0}^{1} f(x)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{0} -x^4+4x^3+2x^2-12x\,dx + \int_{0}^{1} x^4-4x^3-2x^2+12x\,dx$$

$$= \left[-\frac{x^5}{5}+x^4+\frac{2}{3}x^3-6x^2\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^5}{5}-x^4-\frac{2}{3}x^3+6x^2\right]_{0}^{1}$$

$$= -\left(\frac{1}{5}+1-\frac{2}{3}-6\right) + \frac{1}{5}-1-\frac{2}{3}+6$$

$$= \underline{10}$$ //