



2018年医(保健)・工学部第3問

3 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする. 曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上に点 $P(1, 1)$ をとり, $\angle POQ = \theta$ となる点 $Q(x, \frac{1}{x})$ ($x > 0$) をとる. ただし, O は原点とする.

- (1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{\cos 2\theta}$ が成り立つことを示せ.
- (2) $\angle POQ = \theta$ となる点 Q はちょうど 2 個存在することを示せ. また, $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき, その 2 点間の距離を求めよ.
- (3) 点 Q を与える 2 点を $Q_1(x_1, \frac{1}{x_1})$, $Q_2(x_2, \frac{1}{x_2})$ ($x_1 < x_2$) とする. さらに, $a_1 < 0 < b_1$ とし, 4 点 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $Q_3(-x_1, -\frac{1}{x_1})$, $Q_4(-x_2, -\frac{1}{x_2})$ を考える. A, B, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 が原点を中心とする正六角形の頂点になるとき, $\theta = \frac{\pi}{6}$ となることを示せ. また, このときの A, B の座標を求めよ.