2014年 薬学部 第4問

$\boxed{4}$ 実数 x に対して，x を超えない最大整数を $[x]$ で表すとする．例えば，$[2]=2$，$\left[\dfrac{10}{3}\right]=3$ である．次の $\boxed{}$ のうち，$\boxed{オ}$ と $\boxed{カ}$ には式を，その他には整数を記入せよ．

(1) $[-5.2]=\boxed{ア}$ となる．

(2) $\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right]=\boxed{イ}$，$\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right]=\boxed{ウ}$，

$\left[\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}}\right]=\boxed{エ}$ となる．

(3) 不等式

$$\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}<\frac{1}{2\sqrt{k}}<\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}}$$

の各辺を $k=2$ から $k=n$ まで，それぞれ加え合わせると，

$$\boxed{オ}<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{カ}$$

が得られる．ここで，n は2以上の整数とする．これにより，

$$\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}-1<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}<\boxed{キ}\times\sqrt{n}-\boxed{ク}$$

となる．よって，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{ケ}$$

である．

(4) 同様にして，

$$\left[\frac{1}{\sqrt{100}}+\frac{1}{\sqrt{101}}+\frac{1}{\sqrt{102}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{9999}}+\frac{1}{\sqrt{10000}}\right]=\boxed{コ}$$

となる．