2014年 保健医療（理学療法以外） 第4問

数理 石井K

4 四角形ABCDは円Oに内接していて，AB＝3，BC＝7，CD＝7，DA＝5とする．

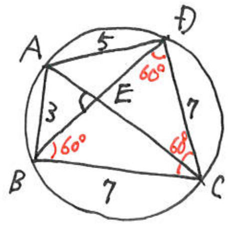
(1) ∠Aの大きさを求めよ．

(2) 四角形ABCDの面積を求めよ．

(3) 円Oの半径を求めよ．

(4) 三角形ABDの内接円の半径を求めよ．

(5) 対角線AC，BDの交点をEとするとき，sin∠AEBの値を求めよ．



(1) $\angle BAD=\theta$ とおくと，$\angle BCD=180°-\theta$ なので余弦定理より．

$BD^2=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cdot\cos\theta$ …①

$BD^2=7^2+7^2-2\cdot7\cdot7\cdot\cos(180°-\theta)$ …②

①，②より．$34-30\cos\theta=98-98\cdot\cos(180°-\theta)$

$\therefore \cos\theta=-\frac{1}{2}$ $\therefore \underline{\angle A=\theta=120°}$ //

(2) $S=\frac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\sin120°+\frac{1}{2}\cdot7\cdot7\cdot\sin60°=\underline{16\sqrt{3}}$ //

(3) 正弦定理より $2R=\frac{BD}{\sin120°}$ ここで①より $BD^2=34-30\cdot\cos120°$
$=49$ $\therefore BD=7$

$\therefore R=\frac{7}{\sqrt{3}}=\underline{\frac{7\sqrt{3}}{3}}$ //

(4) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\sin120°=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

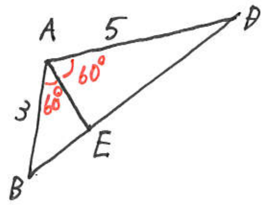
また，$\triangle ABD=\frac{r}{2}(3+5+7)=\frac{15r}{2}$ $\therefore \frac{15r}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \underline{r=\frac{\sqrt{3}}{2}}$ //

(5) $\triangle BCD$は正三角形であることと．円周角の定理より．

$\angle BAC=\angle CAD=60°$

$\therefore BE=BD\cdot\frac{3}{3+5}=\frac{21}{8}$



$\therefore$ 正弦定理より．$\frac{BE}{\sin60°}=\frac{3}{\sin\angle AEB}$

$\therefore \frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{21}{8}\cdot\sin\angle AEB$ $\therefore \sin\angle AEB=\underline{\frac{4\sqrt{3}}{7}}$ //