0001841458518999

徳島大学

2014年 第2問

数理 石井K

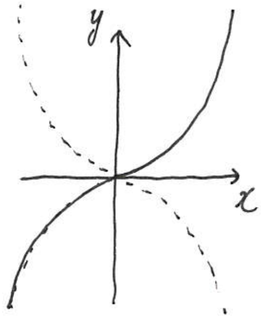
$\boxed{2}$ $0<a<1$ とする．曲線 $y=|x|x$ を C_1 とし，曲線 $y=ax^2+x-a$ を C_2 とする．

(1) C_1 と C_2 の共有点のうち，第3象限にある共有点の座標を求めよ．

(2) C_1 と C_2 の共有点が2個であるとき，a の値を求めよ．

(3) a が (2) で求めた値をとるとき，C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．

(1) 第3象限の点は $x<0$ なので



C_1 は $y=-x^2$ と表せる

$\therefore\ ax^2+x-a+x^2=0$

$\therefore\ (a+1)x^2+x-a=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4(a+1)\cdot a}}{2(a+1)}=\dfrac{-1\pm(2a+1)}{2(a+1)}$

$\therefore\ x=\dfrac{a}{a+1},\ -1$

$x<0$ より．$x=-1$ このとき $y=-1$ $\therefore\ \underline{(-1,-1)}$ //

(2) (1)と同様にして第1象限の交点を求めると．

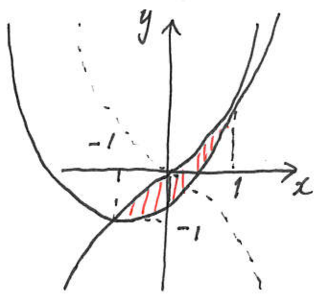
$ax^2+x-a-x^2=0$

$\therefore\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4(a-1)\cdot a}}{2(a-1)}=\dfrac{-1\pm(2a-1)}{2(a-1)}$ $\therefore\ x=1,\ \dfrac{a}{1-a}$

$\dfrac{a}{1-a}>0$ より 共有点が2個 $\Longleftrightarrow$ $\dfrac{a}{1-a}=1$ $\therefore\ \underline{a=\dfrac{1}{2}}$ //

(3) C_2 : $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2-1$



$S=\displaystyle\int_0^1 x^2-\frac{1}{2}(x+1)^2+1\,dx+\int_{-1}^0 -x^2-\frac{1}{2}(x+1)^2+1\,dx$

$=\underline{\boxed{\dfrac{2}{3}}}$ // …(答)