



2017年医(保健)・工学部第3問

3  $n$  を 2 以上の整数とする. すべての  $x > 0$  に対して不等式  $\log x \leq a \sqrt[n]{x}$  が成り立つような正の定数  $a$  の最小値を  $a_n$  とする.

(1) 最小値  $a_n$  を求めよ.

(2)  $\log x = a_n \sqrt[n]{x}$  を満たす正の数  $x$  を求めよ.

(3) 2つの曲線  $y = \log x$ ,  $y = a_n \sqrt[n]{x}$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積  $S_n$  を求めよ.

(4) すべての  $x > 0$  に対して不等式  $\log x \leq a_2 \sqrt{x}$  が成り立つことを利用して, (3)の  $S_n$  について  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + S_n)}{n}$  を求めよ.