徳島大学

2018年 医（医）・歯・薬 第2問

$\boxed{2}$ $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ とする．曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ 上に点 $\mathrm{P}(1,\ 1)$ をとり，$\angle \mathrm{POQ}=\theta$ となる点 $\mathrm{Q}\left(x,\ \dfrac{1}{x}\right)$ $(x>0)$ をとる．ただし，O は原点とする．

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{2}{\cos 2\theta}$ が成り立つことを示せ．

(2) $\angle \mathrm{POQ}=\theta$ となる点 Q はちょうど 2 個存在することを示せ．また，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，その 2 点間の距離を求めよ．

(3) 点 Q を与える 2 点を $\mathrm{Q}_1\left(x_1,\ \dfrac{1}{x_1}\right)$，$\mathrm{Q}_2\left(x_2,\ \dfrac{1}{x_2}\right)$ $(x_1<x_2)$ とする．さらに，$a_1<0<b_1$ とし，4 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$，$\mathrm{Q}_3\left(-x_1,\ -\dfrac{1}{x_1}\right)$，$\mathrm{Q}_4\left(-x_2,\ -\dfrac{1}{x_2}\right)$ を考える．A，B，Q_1，Q_2，Q_3，Q_4 が原点を中心とする正六角形の頂点になるとき，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ となることを示せ．また，このときの A，B の座標を求めよ．