



2013年医(保健)・工学部第1問

1  $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ -b & b \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とし,  $n$  を自然数とする. また,

$$E + A + A^2 + \cdots + A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$$

とおく.

- (1)  $A^2 = cA$  となる定数  $c$  を  $a, b$  を用いて表せ.
- (2) 行列  $A^n$  を  $a, b$  および  $n$  を用いて表せ.
- (3)  $a, b$  は正の数で  $a + b < 1$  を満たす.  $p_n$  を  $a, b$  および  $n$  を用いて表せ.
- (4)  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}$  のとき, 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めよ.