

2012年 海洋科学 第5問

5 空間内に三角形 ABC と定点 O を中心とする半径 1 の球面 S とがある．点 P が S 上のすべての点を動くときの  $AP^2 + BP^2 + CP^2$  の最大値，最小値をそれぞれ  $M$ ， $m$  とするとき，次の問に答えよ．ただし，三角形 ABC の重心 G は  $OG > 1$  をみたすものとする．

- (1)  $M = AQ^2 + BQ^2 + CQ^2$  となる S 上の点を Q， $m = AR^2 + BR^2 + CR^2$  となる S 上の点を R とするとき，3 点 Q，R，G は 1 直線上にあることを示せ．
- (2)  $\sqrt{M - (GA^2 + GB^2 + GC^2)} - \sqrt{m - (GA^2 + GB^2 + GC^2)}$  の値は三角形 ABC に無関係に定まることを示し，その値を求めよ．