

2012年 経済・人間発達科学 第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6y - 16 \leq 0 \quad \dots \textcircled{1} \\ y + 3x - 8 \geq 0 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

の表す領域  $D$  を図示せよ。(2) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  を動くとき、 $y - 2x$  の最大値と最小値を求めよ。

(1) ①より、 $x^2 + (y-3)^2 \leq 5^2$

②より、 $y \geq -3x + 8$

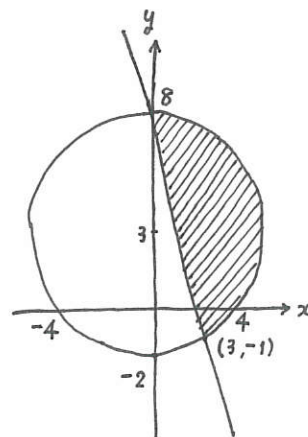
①、②の境界線の交点を求めると、

$$x^2 + (-3x+5)^2 = 25$$

$$\therefore 10x^2 - 30x = 0$$

$$\therefore 10x(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 0, 3$$

交点は  $(0, 8), (3, -1)$  $\therefore$  右の図の斜線部分 (境界線を含む)

(2)  $y - 2x = k$  とおくと、 $y = 2x + k$

これと  $D$  が共有点をもつときを考える $k$  が最大となるのは、 $(0, 8)$  を通るときで、 $k = 8$  $k$  が最小となる可能性があるのは、 $D$  と接するとき、 $(3, -1)$  を通るとき。 $D$  と接するのは、

$$\frac{|0+3-k|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}} = 5 \quad \therefore |k-3| = 5\sqrt{5} \quad k \text{ が小さい方は } k = 3-5\sqrt{5}$$

$(3, -1)$  を通るときは、 $k = -1-6 = -7$

$3-5\sqrt{5} < 3-5 \cdot 2 = -7$  より、最小値は  $k = 3-5\sqrt{5}$

以上より、最大値は 8, 最小値は  $3-5\sqrt{5}$  ..